

Spielend Gewinnen





Einschränkungen

- › Gleiche Möglichkeiten
- › Kein Glück involviert
- › Letzter Zug gewinnt
- › klarer Gewinner/Verlierer



Nim

- › Beliebige viele Steine
- › Verteilt auf beliebig viele Stapel
- › Man muss Steine von den Stapeln wegnehmen
- › So viel man will
- › Wer den letzten Stein nimmt, gewinnt



Binärschreibweise

16	8	4	2	1
0	0	0	0	0

Bsp.: Zahl 10 im Dez. System

16	8	4	2	1
0	1	0	1	0

D.h. 10 im Dez. System ist 1010 im Binärsystem



XOR-Operation (1)

- › Wird mit $\oplus$ notiert
- › Vergleicht zwei oder mehrere Binärzahlen
 - Hat eine Stelle eine gerade Anzahl an 1er-Bits: 0
 - Hat eine Stelle eine ungerade Anzahl an 1er-Bits: 1
- › Operation ist assoziativ und kommutativ
 - $a \oplus b = b \oplus a$ und $(a \oplus b) \oplus c = a \oplus (b \oplus c)$



XOR-Operation (2)

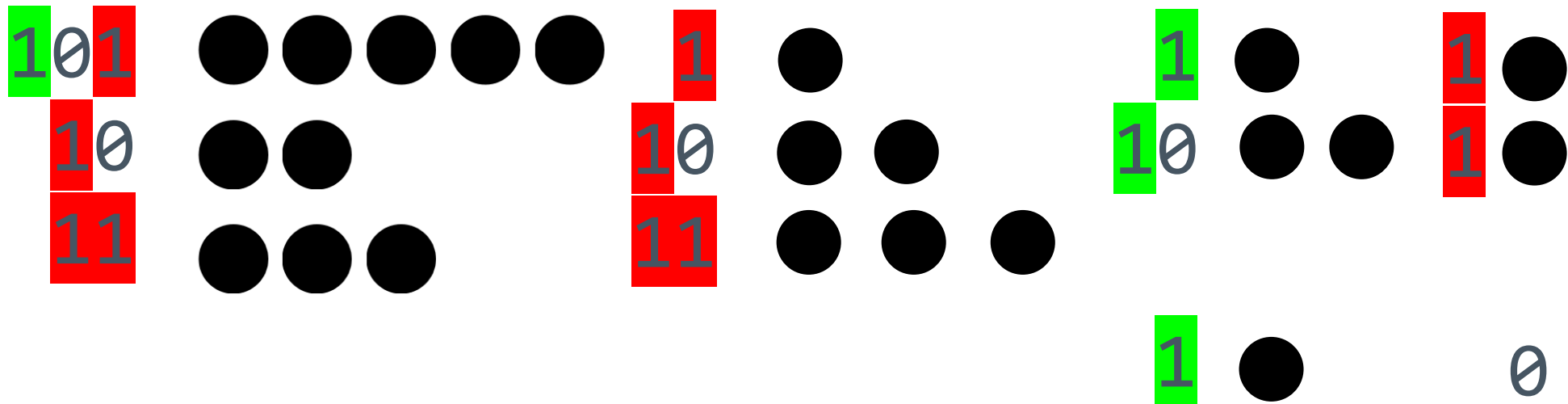
- › Beispiel: 5 und 2
- › 5 in Binär: 101, 2 in Binär: 010
- › $101 \oplus 010 = 111$



Allgemeine Gewinnstrategie

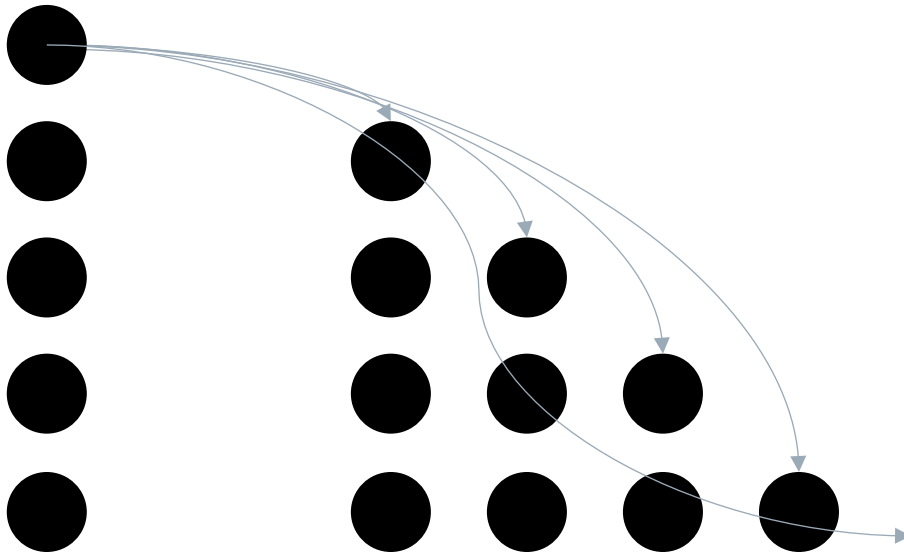
Alle Binärzahlen untereinander

- › Summe jeder Spalte gerade $\rightarrow$ vorheriger Spieler gewinnt
- › Summe min. 1er Spalte ungerade $\rightarrow$ nächster Spieler gewinnt





Zugmöglichkeiten



$$*5 = \{ *4, *3, *2, *1, 0 \}$$



$\oplus$ -Operator für Spiele

$$A \oplus A = 0$$

$$A \oplus 0 = A$$

$$* \oplus *2 = \{0 \oplus *2, * \oplus *, * \oplus 0\} = \{*2, 0, *\}$$

$$A \oplus B = \{B \oplus a_i \mid i \in N, 0 \leq i < n_A\} \cup \{A \oplus b_i \mid i \in N, 0 \leq i < n_B\}$$



N und P – Positionen bei Spielen

$o(A) = N \text{ oder } P$

$A = 0 \leftrightarrow A \text{ ist in P-Position}$

$P + P = P$

$N + P = N$

$N + N = N \text{ oder } P$



Turtle

› $G = \{0, *1, *2, \dots, *m-1\} = *m$

› Ausgangssituation:    

› Mögliche Spielzüge:    



...

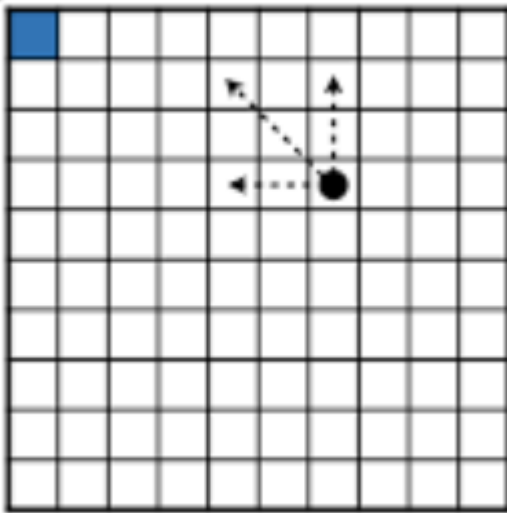
› $\#9 = \{0; \#1; \#3; \#5; \#8\} = \{0; *; *2; *3; *4\} = *5$



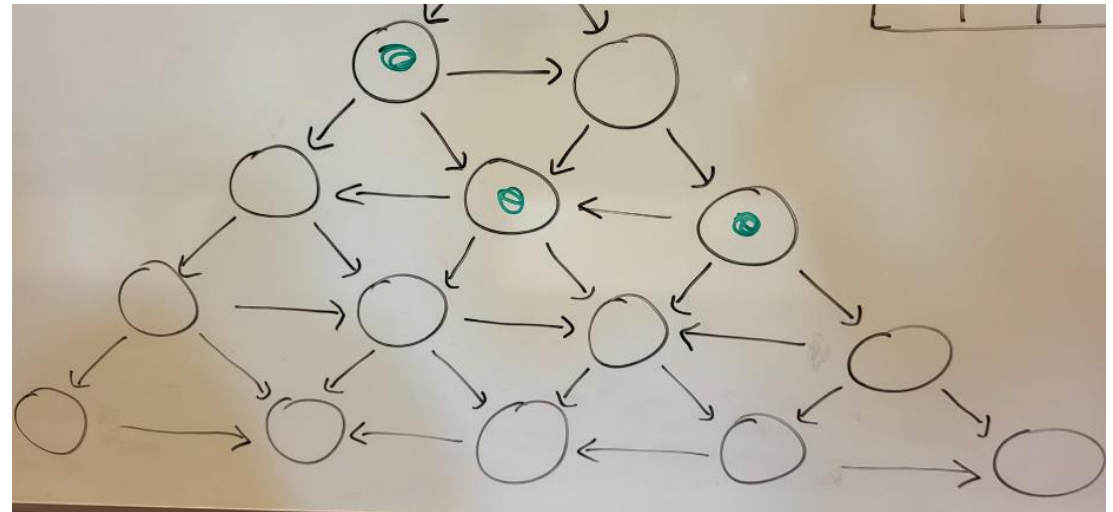
Weitere Spiele

Wythoff

a.



Digraph



- Und viele mehr...