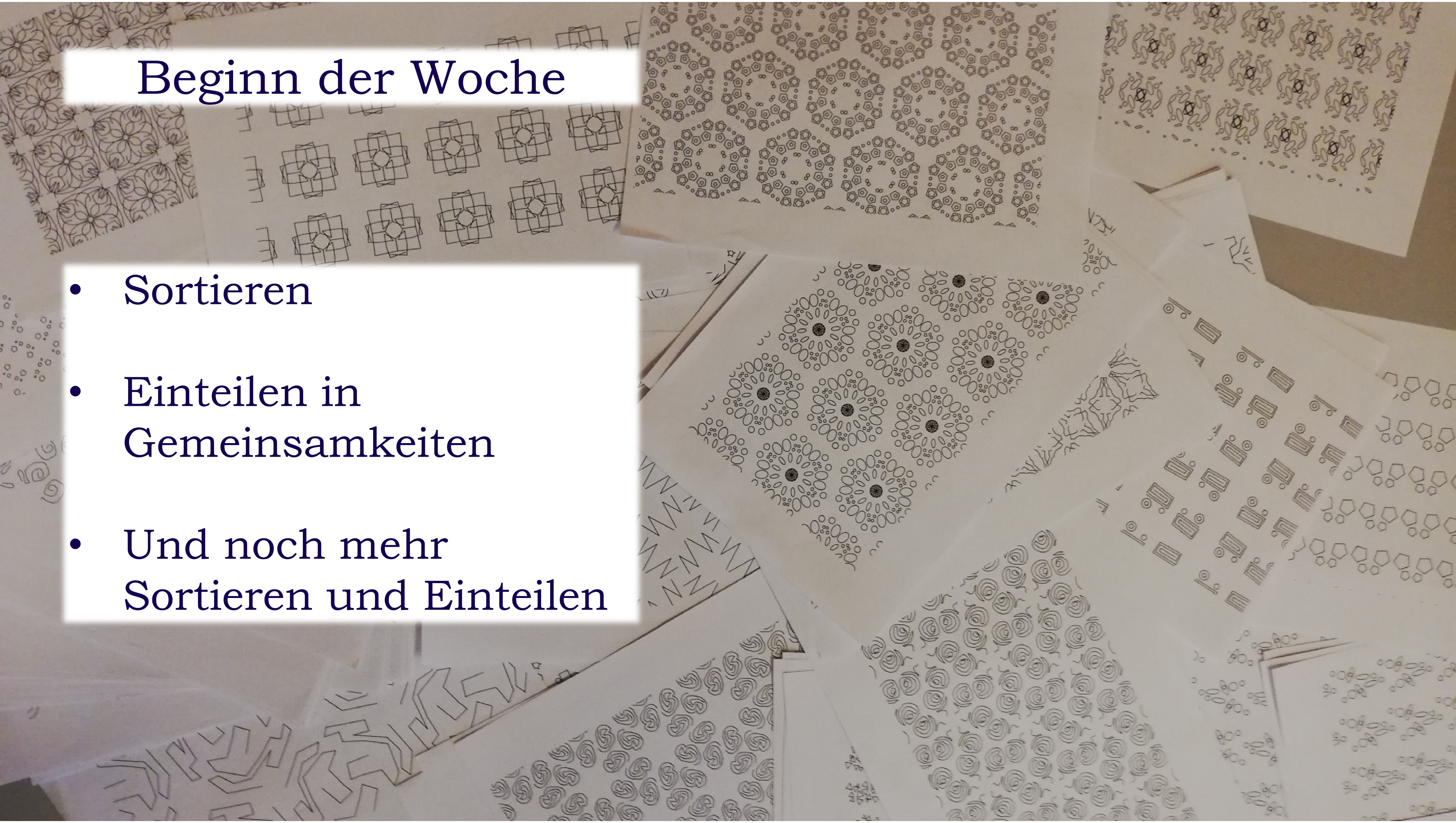
Die Algebra hinter Mustern



Beginn der Woche

- Sortieren

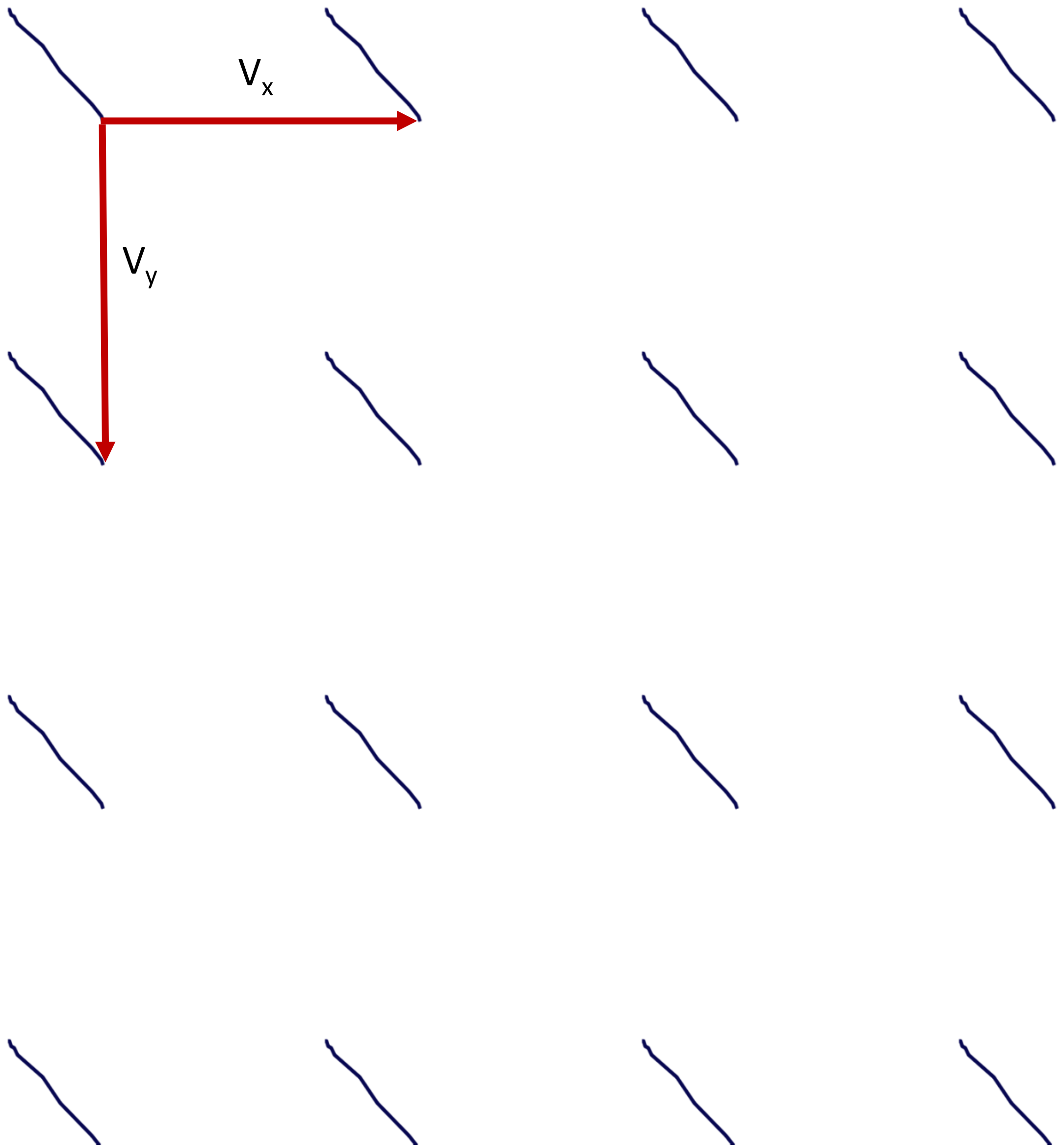
- Einteilen in Gemeinsamkeiten

- Und noch mehr Sortieren und Einteilen

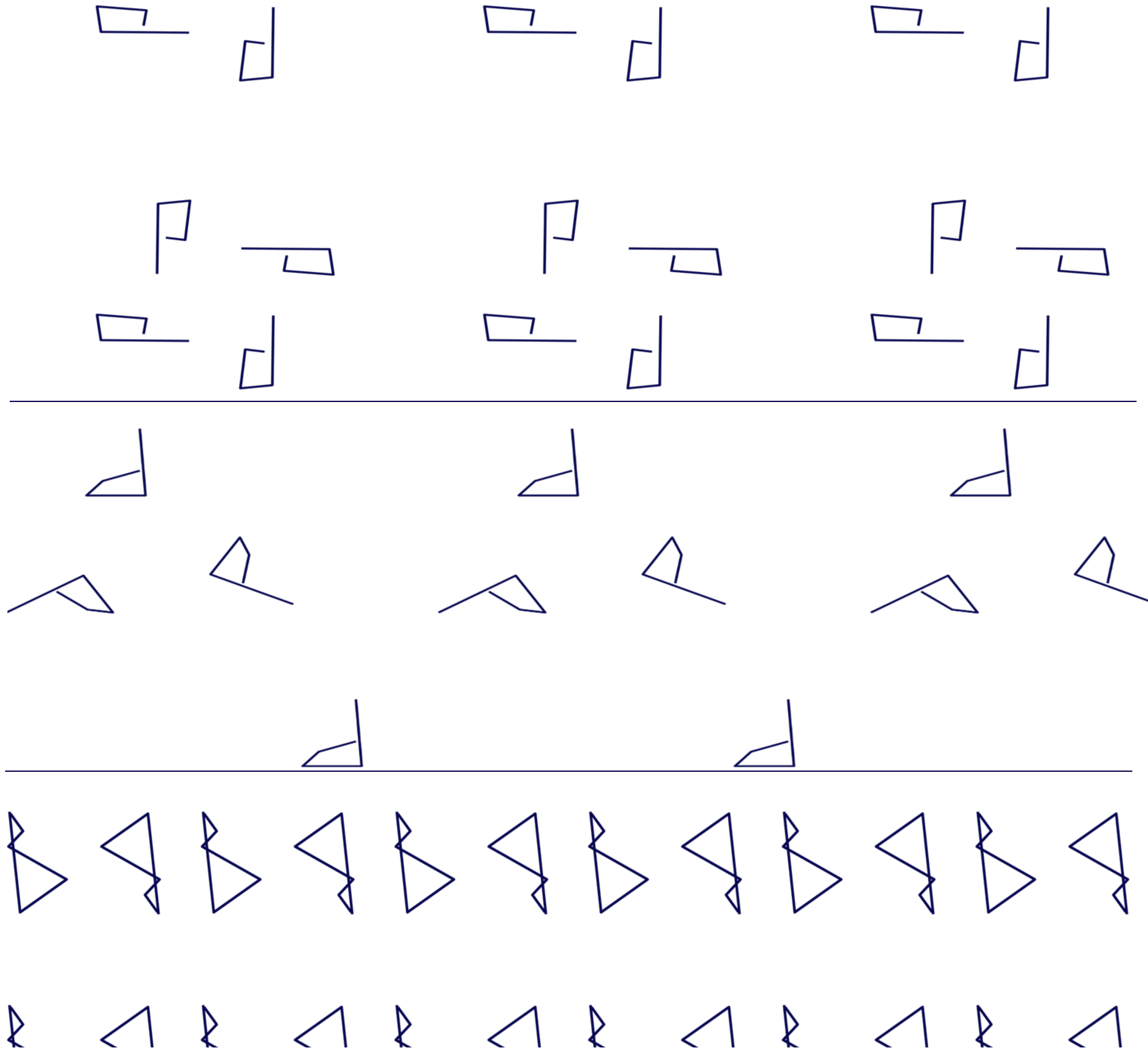
Ergebnis

Muster in verschiedene Untergruppen getrennt:

- Verschiebung mit fixierter Länge



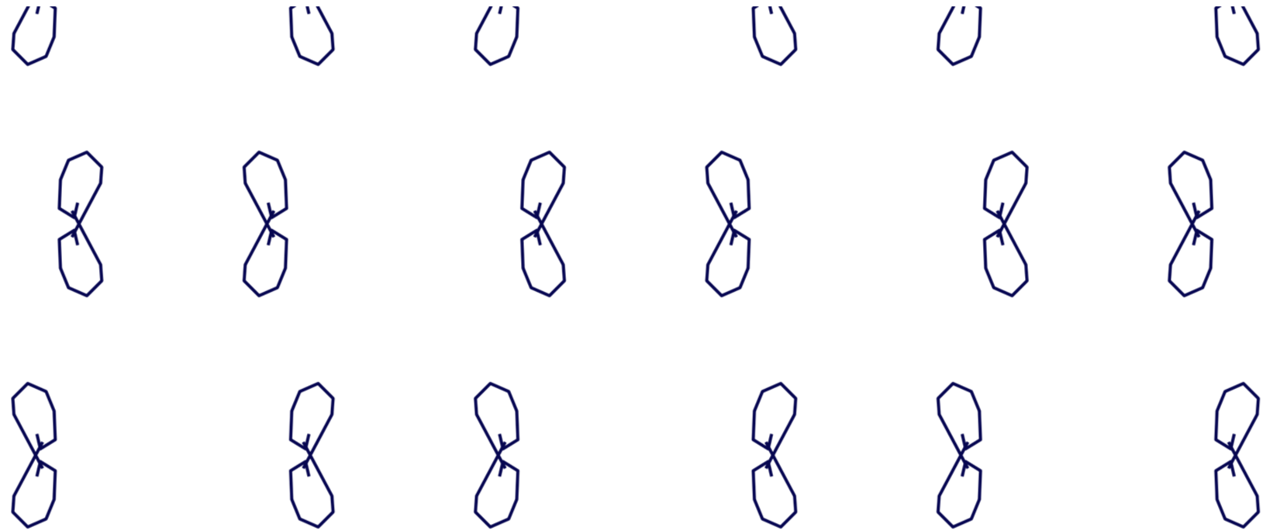
Ergebnis



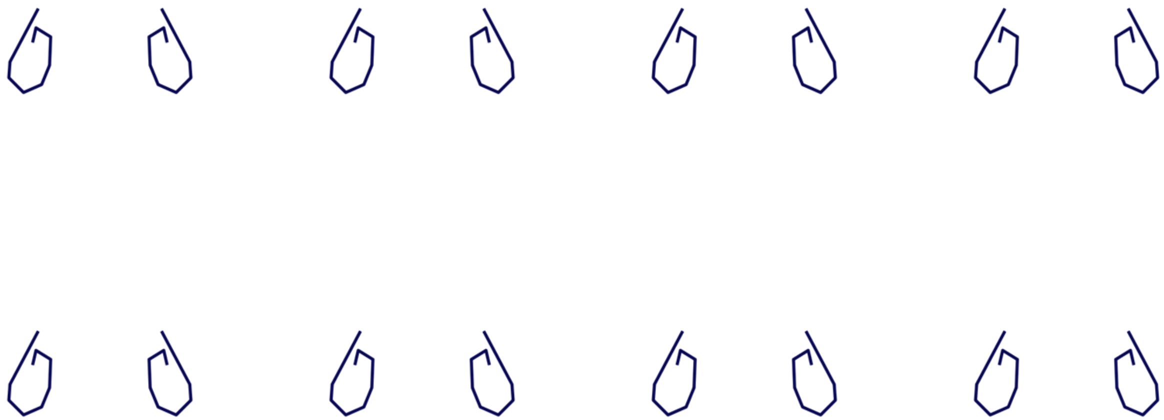
- Drehung um 0°, 60°, 90°, 120°, 180°

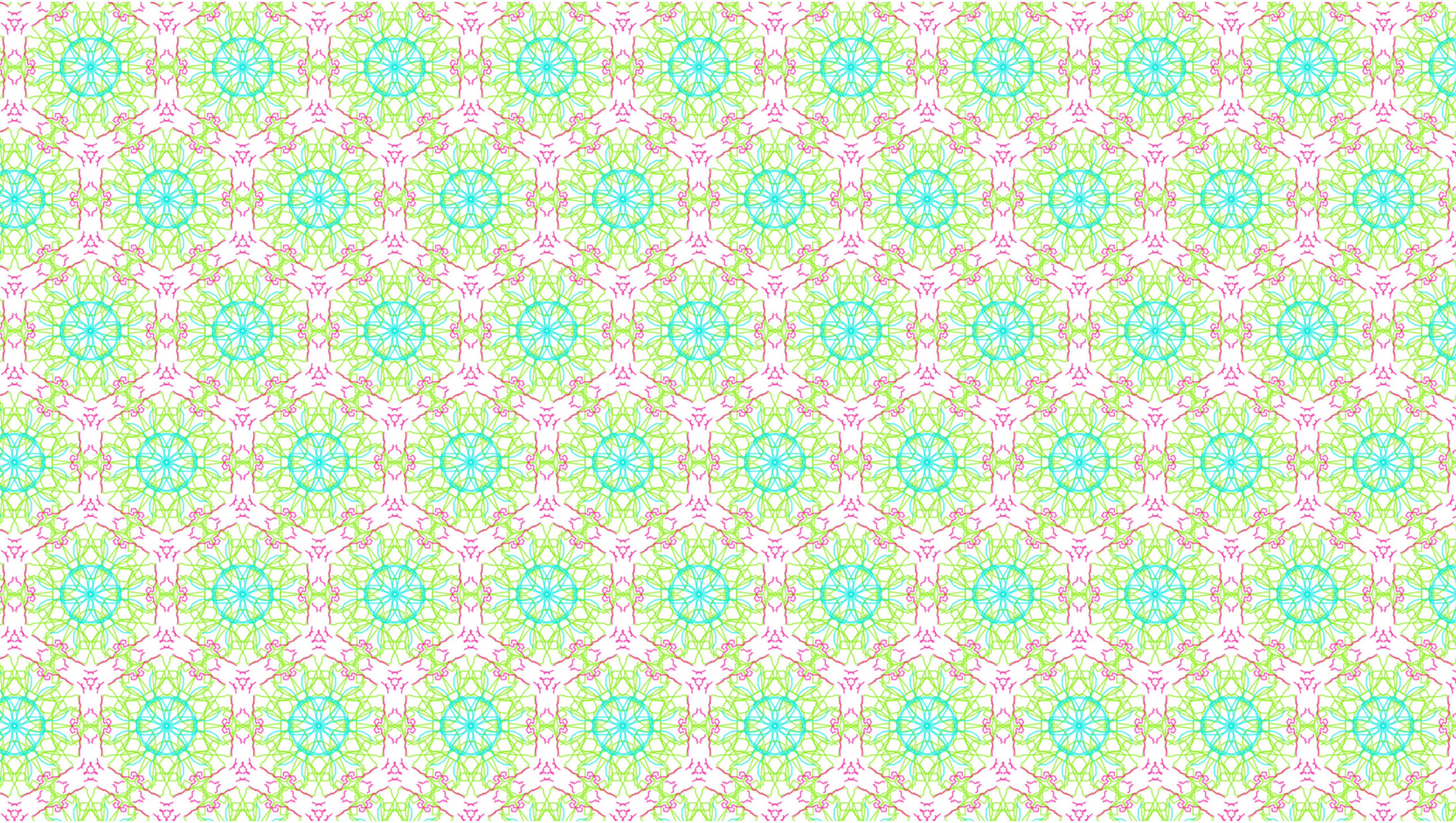
Ergebnis

- Spiegelung um horizontale Achse

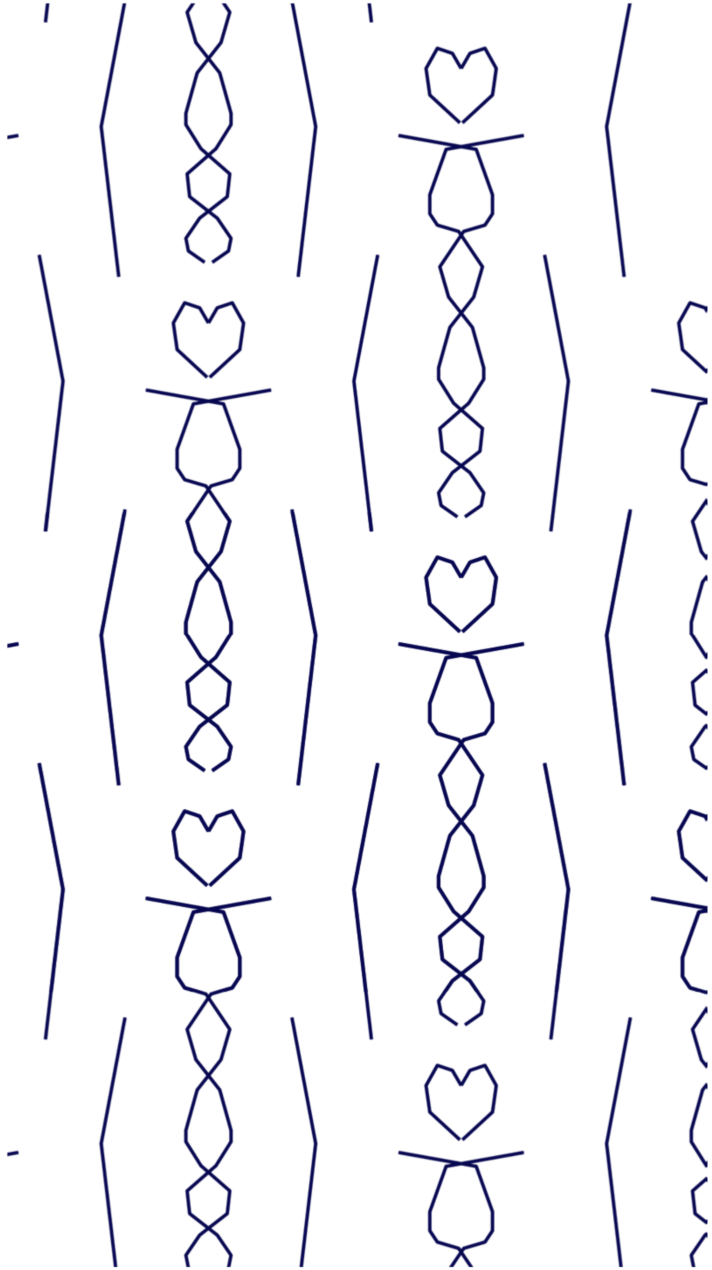


- Spiegelung um vertikale Achse





Auch bei Oma sind viele
Muster zu finden…



Gruppe

Definition:

Sei eine G Menge und sei $+$: $G \times G \to G$. Dann nennen wir $(G, +)$ eine Gruppe, falls folgendes gilt:

- $+$ ist assoziativ. (d.h.: $a + (b + c) = (a + b) + c$)
- Es existiert ein neutrales Element n in G bezüglich $+$ (d.h.: $a + n = n + a = a$)
- Für alle aϵG, gibt es ein $b\epsilon G$, sodass gilt $a + b = n$.

Ein Beispiel

Die Menge $\mathbb{Z}$ mit $+$:

- Assoziativ $[1 + (2 + 3) = (1 + 2) + 3]$
- Es existiert ein neutrales Element: 0 $[5 + 0 = 0 + 5 = 5]$
- Für jedes $a \epsilon \mathbb{Z}$ gibt es ein $b \epsilon \mathbb{Z}$, sodas gilt
  $a + b = 0.\,[3 + (-3) = 0]$

Gruppe der Muster

Menge G besteht aus Verschiebungen, Drehungen und Spiegelungen

+ = Hintereinander Ausführung dieser Operationen.

Beispiel:

Rotation 60° + Rotation 60° = Rotation 120°

Horizontale Spiegelung + Rotation 180° = Vertikale Spiegelung

Rotation 180°

Horizontale Spiegelung

Ist gleich Vertikale Spiegelung

Horizontale Spiegelung + Rotation 180° = Vertikale Spiegelung