

Was ist Matrix??

- A) Ein Film aus dem Jahr 1999
- B) Exotische Pudelrasse
- C) Ein Bundesstaat in Panama
- D) Eine klingonische Süßspeise
- E) Der langweilige Inhalt unserer Präsentation
- F) Kästchen mit Zahlen

Richtige Antworten: A und F (E)

Matrizen und Gleichungssysteme

- Gleichungsform

$$I: 4x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 23$$

$$II: -x_1 + 9x_2 - 3x_3 = 9$$

$$III: -9x_1 - 8x_2 + 6x_3 = -7$$

- Matrixform

$$\begin{pmatrix} 4 & 2 & 5 \\ -1 & 9 & -3 \\ -9 & -8 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 23 \\ 9 \\ -7 \end{pmatrix}$$

Naive Lösung

$$Ax = b$$

~~$$x = \frac{b}{A} ?$$~~

$$x = A^{-1}b$$

- Keine gute Idee
- Aufstellen der Inversen verlangt neue GLS

Gauß-LR-Zerlegung

$$\begin{pmatrix} 4 & 2 & 5 \\ -1 & 9 & -3 \\ -9 & -8 & 6 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{4} & 1 & 0 \\ -\frac{9}{4} & -\frac{7}{19} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 2 & 5 \\ 0 & \frac{19}{2} & -\frac{7}{4} \\ 0 & 0 & \frac{631}{38} \end{pmatrix}$$

Linke untere Dreiecksmatrix

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & 3 & 1 & 0 \\ 3 & 4 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Rechte obere Dreiecksmatrix

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Algorithmen

L-Matrix

- HelloKittyL
- L-Ausrechnungsdings
- AlgoLinks
- ZerstörerL
- Luzifer
- Glawischnig

R-Matrix

- HelloKittyR
- R-Ausrechnungsdings
- AlgoRechts
- ZerstöreRl
- GabRiel
- Strache

LR-Zerlegung

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -6 & 1 & 0 & 0 \\ -9 & 0 & 1 & 0 \\ -5 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 5 & 7 & 9 \\ 6 & 4 & 8 & 9 \\ 9 & 1 & 4 & 6 \\ 5 & 12 & 8 & 34 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 5 & 7 & 9 \\ 0 & -26 & -34 & -45 \\ 0 & -44 & -59 & -75 \\ 0 & -13 & -27 & -11 \end{pmatrix}$$

LR-Zerlegung

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{22}{13} & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 5 & 7 & 9 \\ 0 & -26 & -34 & -45 \\ 0 & -44 & -59 & -75 \\ 0 & -13 & -27 & -11 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 5 & 7 & 9 \\ 0 & -26 & -34 & -45 \\ 0 & 0 & -\frac{19}{13} & \frac{15}{13} \\ 0 & 0 & -10 & \frac{23}{2} \end{pmatrix}$$

LR-Zerlegung

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{130}{19} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 5 & 7 & 9 \\ 0 & -26 & -34 & -45 \\ 0 & 0 & -19 & \frac{15}{13} \\ 0 & 0 & -10 & \frac{23}{2} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 5 & 7 & 9 \\ 0 & -26 & -34 & -45 \\ 0 & 0 & -\frac{19}{13} & \frac{15}{13} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{137}{38} \end{pmatrix}$$

TrOuble in Paradise

```
MatrixForm[lrtrans [ ( ( 0 1 2 ) , ( 1 ) ) // N]
```

```
Power::infy : Infinite expression  $\frac{1}{0}$  encountered. >>
```

```
Infinity::indet : Indeterminate expression 0 ComplexInfinity encountered. >>
```

```
Power::infy : Infinite expression  $\frac{1}{0}$  encountered. >>
```

```
Power::infy : Infinite expression  $\frac{1}{0}$  encountered. >>
```

```
General::stop : Further output of Power::infy will be suppressed during this calculation. >>
```

```
Infinity::indet : Indeterminate expression 0 ComplexInfinity encountered. >>
```

```
Infinity::indet : Indeterminate expression 0 ComplexInfinity encountered. >>
```

```
General::stop : Further output of Infinity::indet will be suppressed during this calculation. >>
```

Hauptdiagonalnulleliminierung

$$\begin{pmatrix} 0 & 5 & 7 & 9 \\ 2 & -6 & -4 & -4 \\ 2 & 3 & -1 & 1 \\ 7 & 8 & 4 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 & 1 \\ 2 & -6 & -4 & -4 \\ 0 & 5 & 7 & 9 \\ 7 & 8 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

Näherungsverfahren

Jacobi 14,9 s – 33 Iterationen

Gauß-Seidl 13,6 s – 33 Iterationen

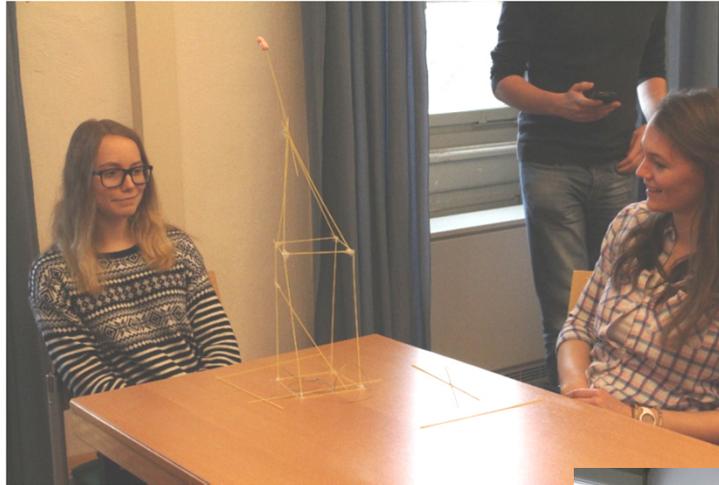
Richardson 0,6 s – 91 Iterationen

SOR 0,2 s – 27 Iterationen

Genauigkeit: 10^{-6}

Größe: 50x50

Nudelturm-Intermezzo



Frauenpower



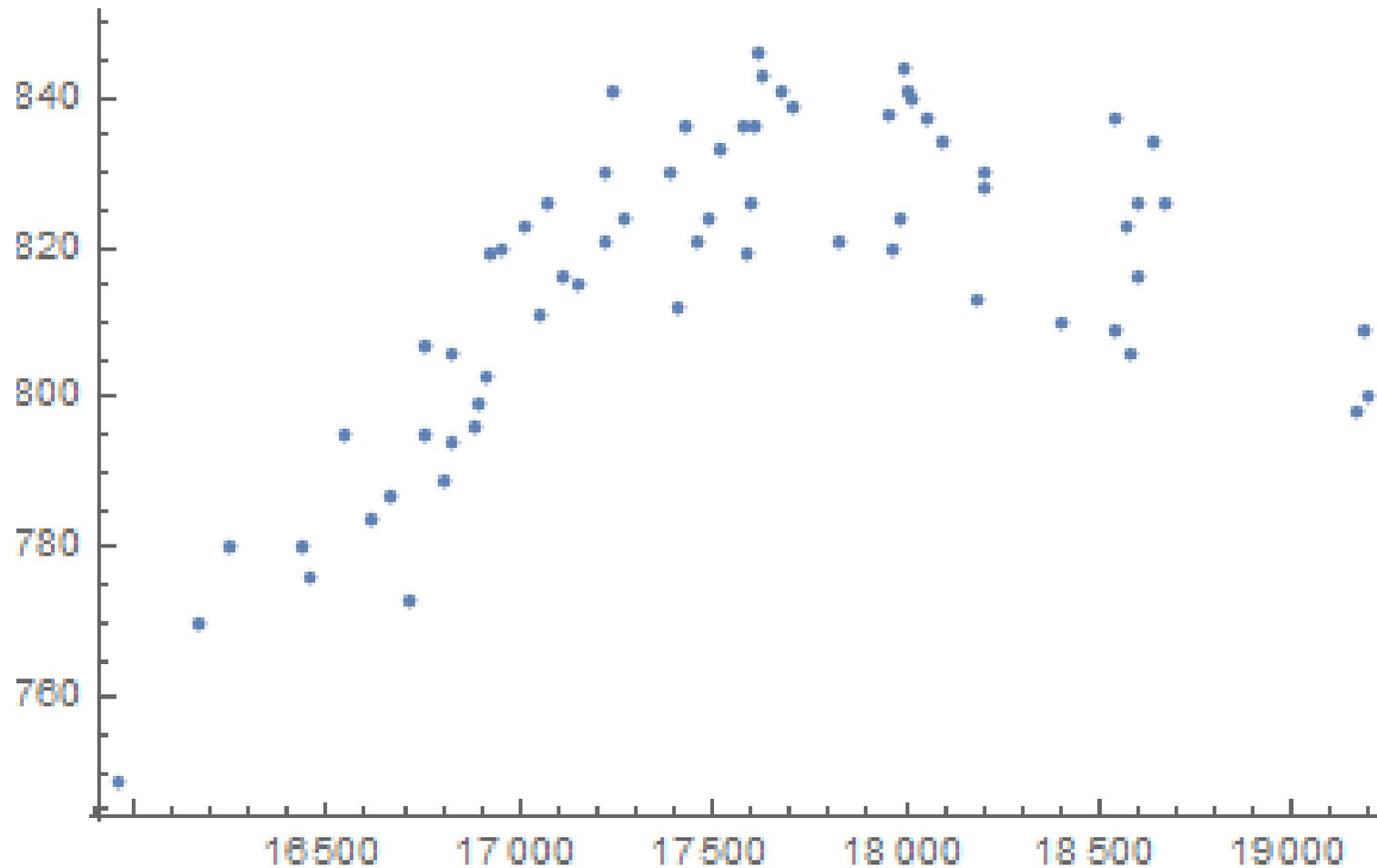
Eindeutige
Sieger



Genies bei der
Arbeit!

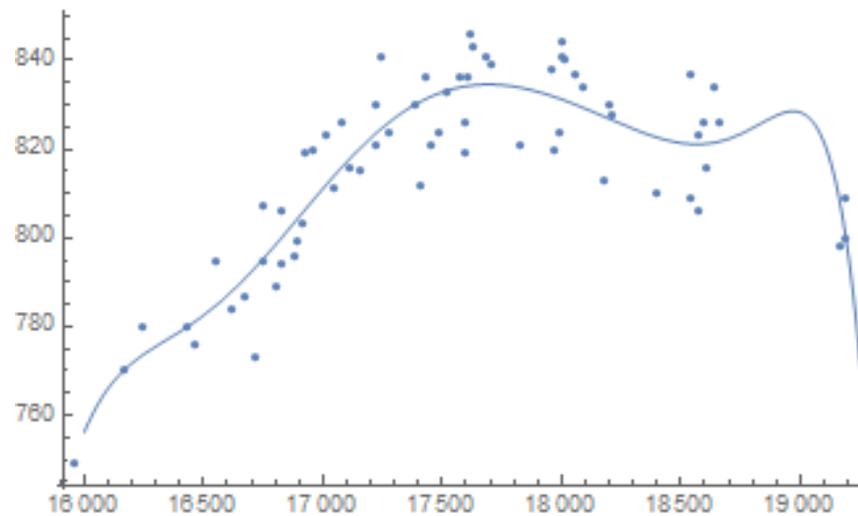
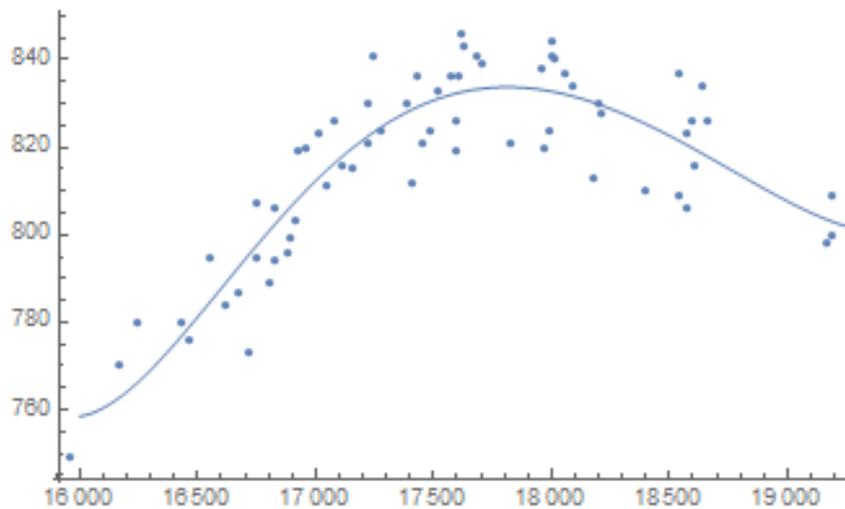
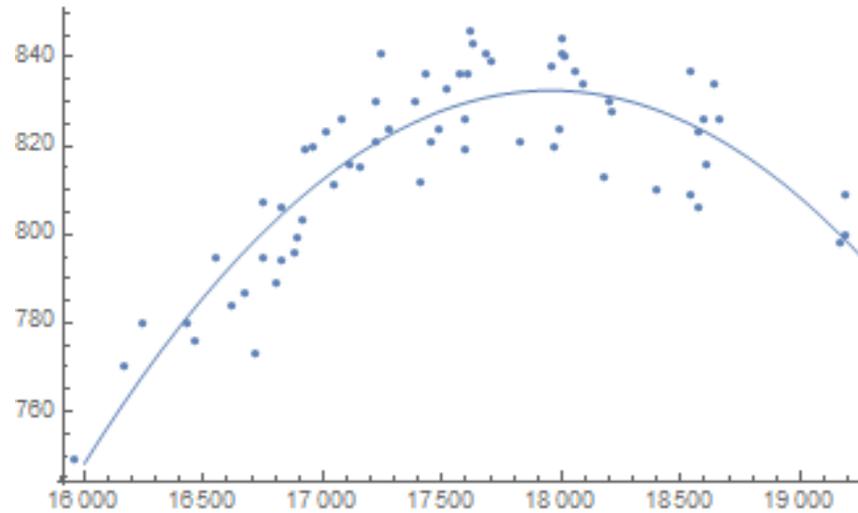
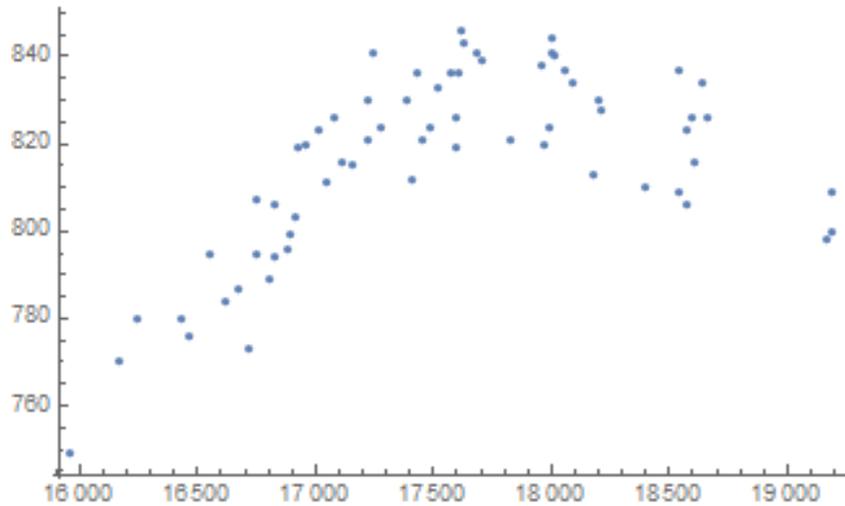


Anwendungsbeispiel



Herausgemessen aus: **A Tribute to Hollomon & Jaffe - the 70th birthday of a brilliant equation**

Anwendungsbeispiele:



Conclusion

- Gleichungssysteme
- Matrizenrechnung
- LR-Zerlegung
- Pivot-Elemente
- *Mathematica* Programmierung
- Iterative Löser
- Nudelturm bauen
- Anwendungsbeispiel
- Eigenwerte einer Matrix