Schachbrett – Worum geht es?

Gegeben ist ein quadratisches Brett mit 2^n Feldern Seitenlänge.

Zu Beginn wird ein Feld mit einem Stein "gesperrt". Das restliche Brett soll dann mit identischen Steinen, die aus drei L−förmig angeordneten Quadraten bestehen, vollständig ausgelegt werden.

Es ist zu beweisen, dass das lückenlose Auslegen des Brettes bei jeder beliebigen Lage des Startsteines gewährleistet ist.

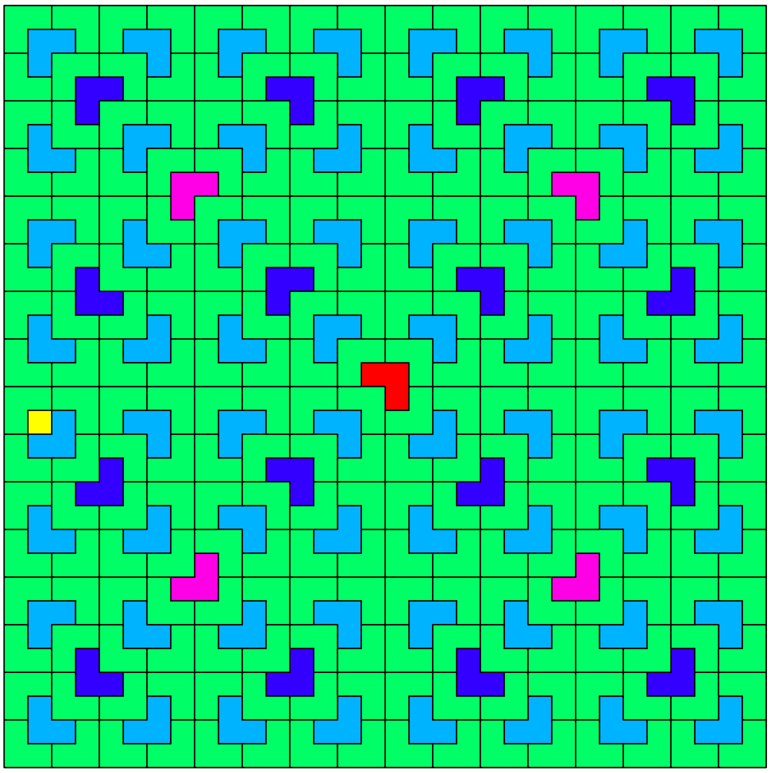
Lösung des Problems

Der Mensch versucht normalerweise solch ein Problem intuitiv zu lösen, indem er einfach probiert das Feld ohne System auszulegen.

Ein Computer braucht für solch eine Aufgabe ein System, um sie effizient lösen zu können.

Ein System funktioniert folgendermaßen:

```
In[15]:= Chessboard[32, {2, 15}]
```



```
Out[15]= - Graphics -
```

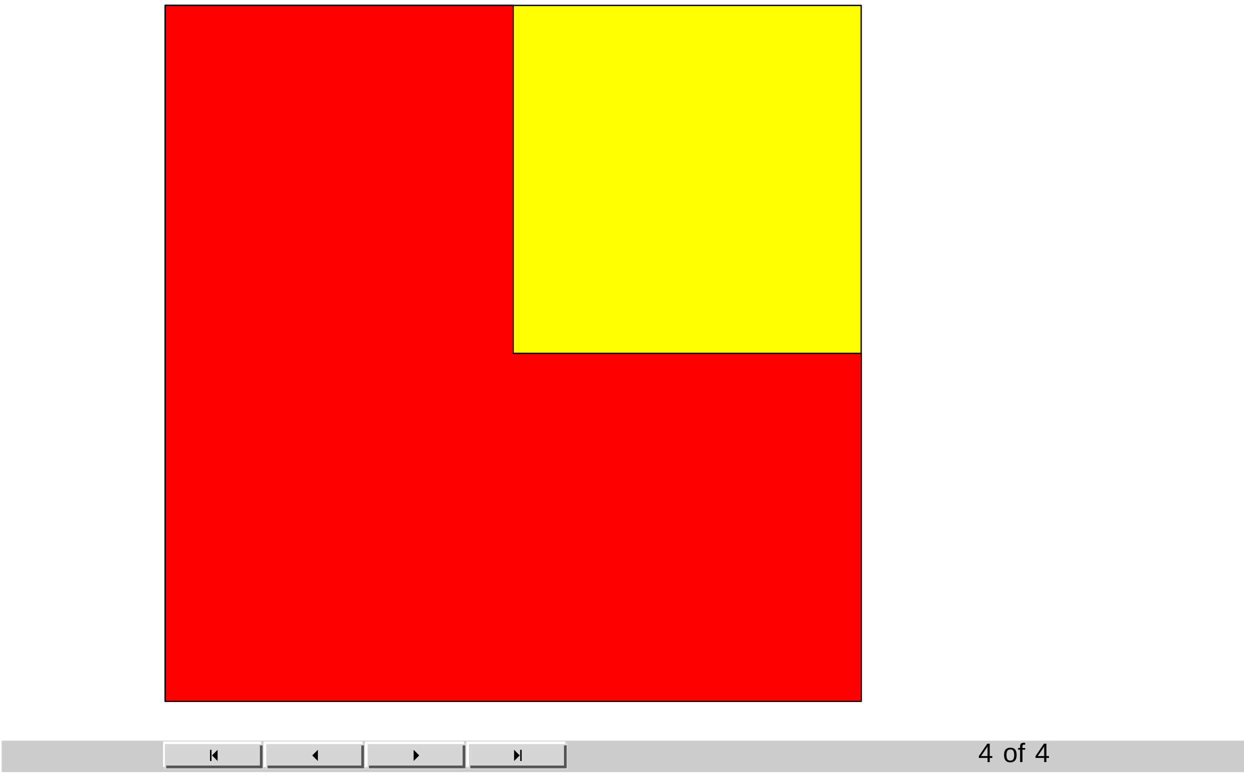
3 of 4

Beweis

Wir wollen nun zeigen, dass das System funktioniert und dass es möglich ist, jedes Schachbrett mit $2^n * 2^n - 1$ Feldern vollständig auszulegen. Dazu verwenden wir einen Induktionsbeweis.

Induktionsanfang:

Wir zeigen, dass es möglich ist, ein Schachbrett mit $2^1 * 2^1 - 1$ Feldern auszulegen:



Beweis (fortgesetzt)

Induktionsannahme:

Wir nehmen nun an, dass es möglich ist ein Schachbrett mit $2^n * 2^n - 1$ Feldern auszufüllen.

Induktionsschritt:

Wir zeigen, dass es möglich ist, ein Schachbrett mit $2^{n+1} * 2^{n+1} - 1$ Feldern auszufüllen.

Durch einsetzen eines Steines in die Mitte von einem Brett mit $2^{n+1} * 2^{n+1} - 1$ Feldern entstehen 4 Bretter mit $2^n * 2^n - 1$ freien Feldern. Diese können wir laut unserer Induktionsannahme ausfüllen.