

Mathematisches Beweisen

Finden und Beweisen von Algorithmen

Grundlagen des Beweisens:

–**Mathematische Sprache:**

+ – * usw.

= < \wedge \neg usw.

–**Beweisregeln:**

Annahme

zu beweisen

$\exists_k A$ Wähle k mit A

$\forall_x A$ Wähle bel. x zeige A

$\forall_x A$ spezialisieren auf bestimmte Werte von x

$A \Rightarrow B$ Nehme an A, Beweise B

$A \wedge B$ Beweise A , Beweise B

–**Beweistechniken:**

Induktion, Widerspruch

–**Verwendung von Mathematica**

–**Spezielle Beispiele:**

Diophantische Gleichungen, Schachbrett

Was sind Diophantische Gleichungen?

$$a x + b y = c$$

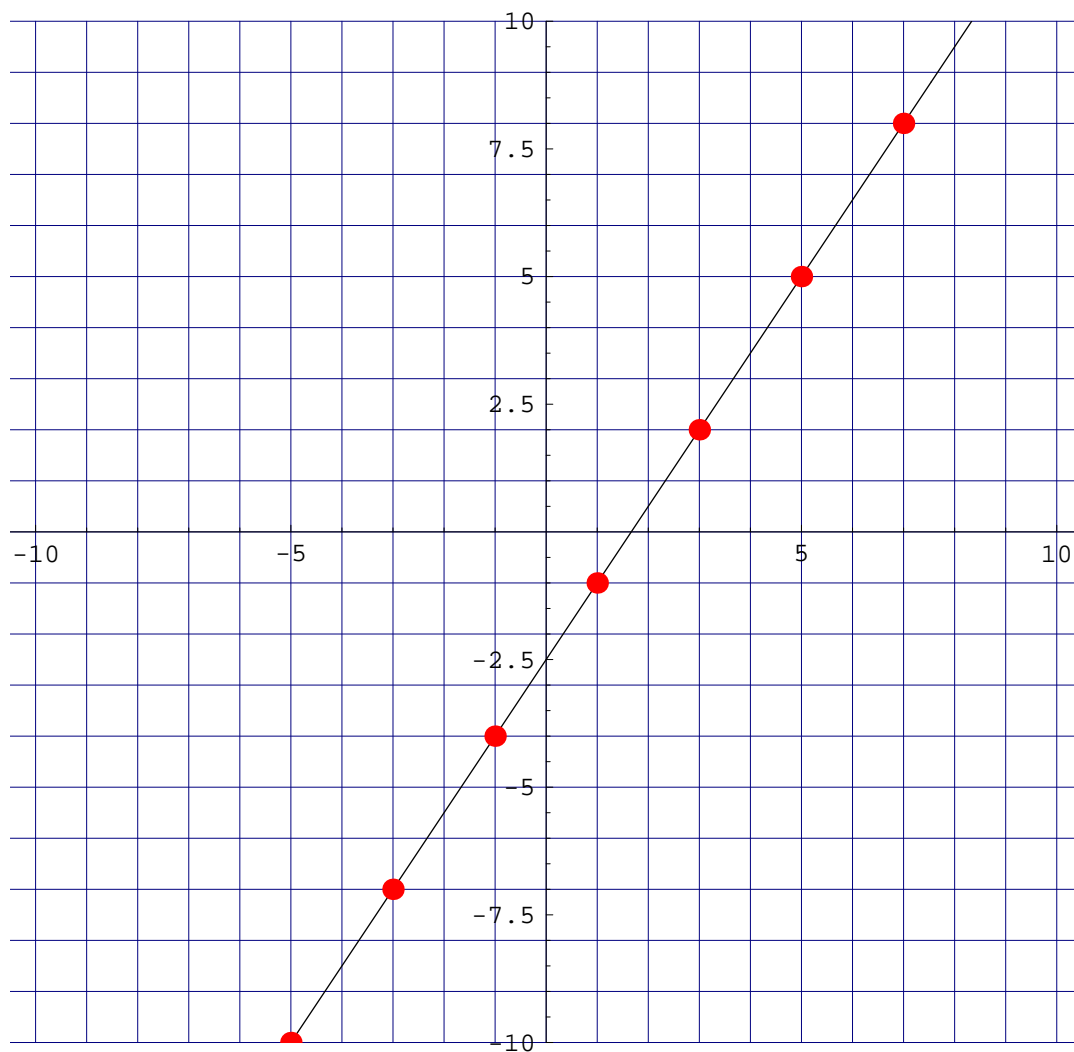
a,b,c sind Konstante

x,y sind Variablen $\in \mathbb{Z}$

Geometrisch gedeutet ist die Gleichung eine Gerade

Graphische Veranschaulichung

$$3 x - 2 y = 5$$



Lösungsweg

Lösung der Gleichung suchen
Parameterform der Gerade aufstellen



4 of 5

Lösungsalgorithmen zu Diophantischen Gleichungen

Arbeitsweise des Algorithmus:

Alle Zahlen von 0 bis zu a oder b werden in die Gleichung eingesetzt

```

In[3]:= diophant[a_, b_, c_] := Module[{x = 0, lg = 0, l},
  If[a > b,
    For[i = 0, i < b, i++,
      x = Mod[(c - a*i), b];
      If[x == 0, x = (c - a*i) / b;
        lg = 1;
        Print["Die Variable x der ersten Lösung lautet:"];
        Print[i];
        Print["Die Variable y der ersten Lösung lautet:"];
        Print[x];
        l = {i, x};
        Break[]
      ],
    For[i = 0, i < a, i++,
      x = Mod[(c - b*i), a];
      If[x == 0, x = (c - b*i) / a;
        lg = 1;
        Print["Die Variable x der ersten Lösung lautet:"];
        Print[x];
        Print["Die Variable y der ersten Lösung lautet:"];
        Print[i];
        l = {x, i};
        Break[]
      ]
    ];
  Print[i " Durchläufe"];
  If[lg != 1,
    Print["Keine Lösung gefunden!"]
  ];
  Return[l]
]

```

5 of 5

Beispiel zum Lösungsalgorithmus

Die diophantische Gleichung $422899x + 189459y = 409987$ wird gelöst

```
In[4]:= diophant[422899, 189459, 409987] // Timing
```

Die Variable x der ersten Lösung lautet:

182227

Die Variable y der ersten Lösung lautet:

-406754

182227 Durchläufe

```
Out[4]= {3.44 Second, {182227, -406754}}
```