

Zerstörungsfreie Materialprüfung

Projekt 3

Andreas Neubauer

Institut für Industriemathematik
Johannes Kepler Universität
Linz, Austria

9. - 13. Februar 2014

Kurzbeschreibung

Bei der zerstörungsfreien Materialprüfung geht es darum, das Innere eines Körpers (oder gewisse Eigenschaften im Inneren) zu ermitteln, ohne den Körper zerstören zu müssen.

Diese Frage stellt sich in verschiedenen praktischen Anwendungen:

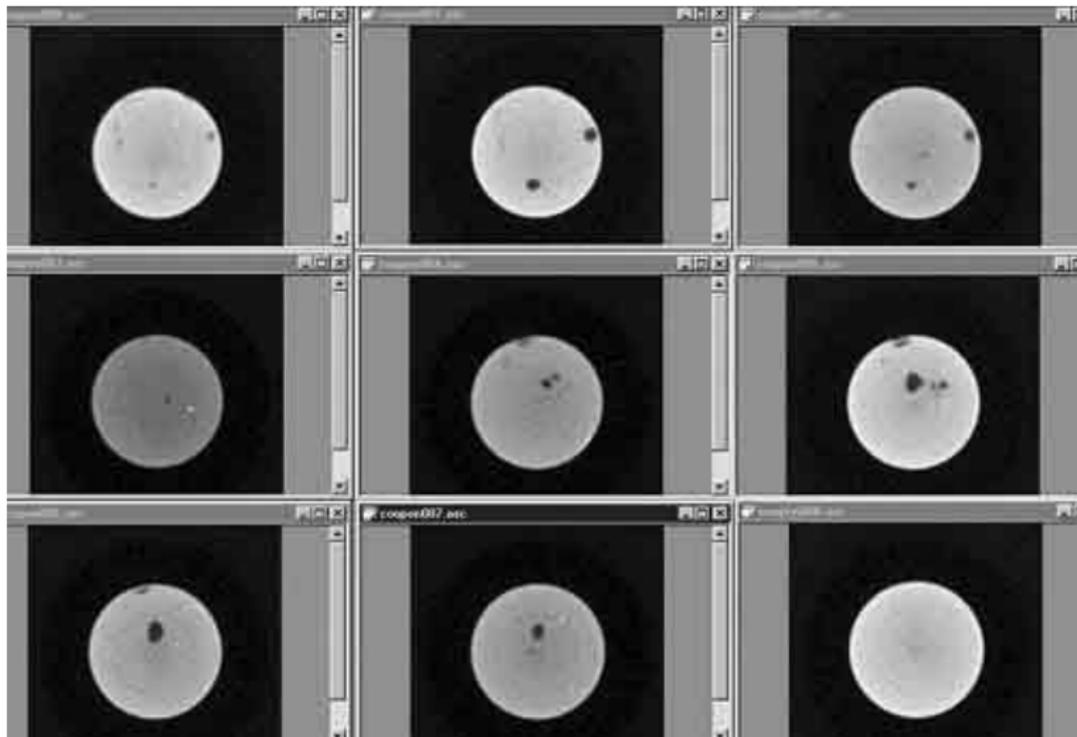
- Feststellung von Blasen oder Rissen in einem Werkstück
- Computertomographie

Methodik

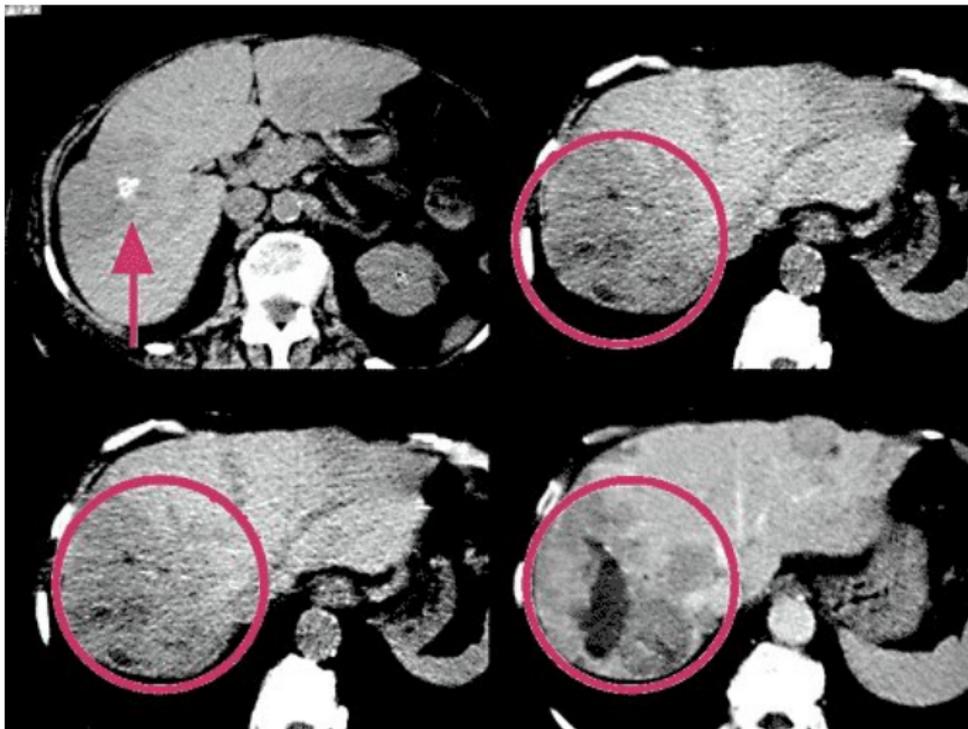
Eine Möglichkeit besteht darin, Röntgenstrahlen durch den Körper zu senden und aus dem Energieverlust des Strahles rückzurechnen, wie die Dichteverteilung des Körpers im Inneren aussieht.

Dazu einige Bilder.

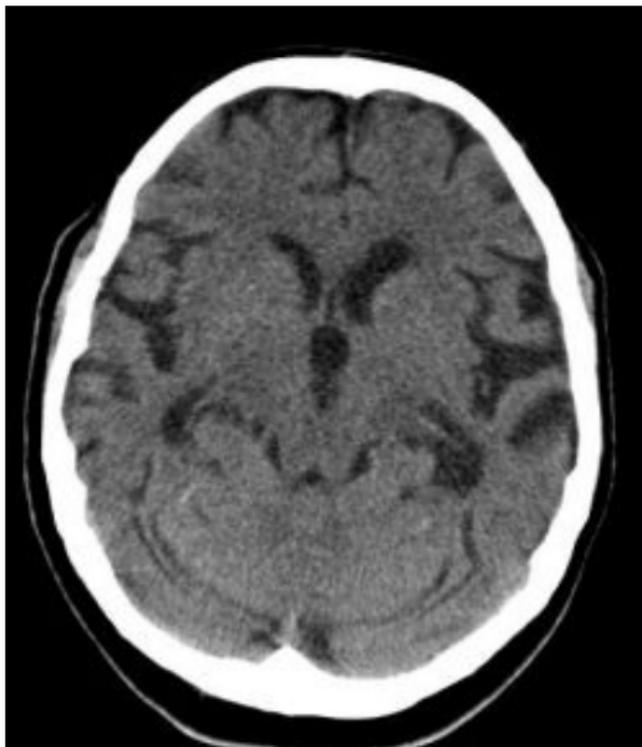
CT eines Werkstücks



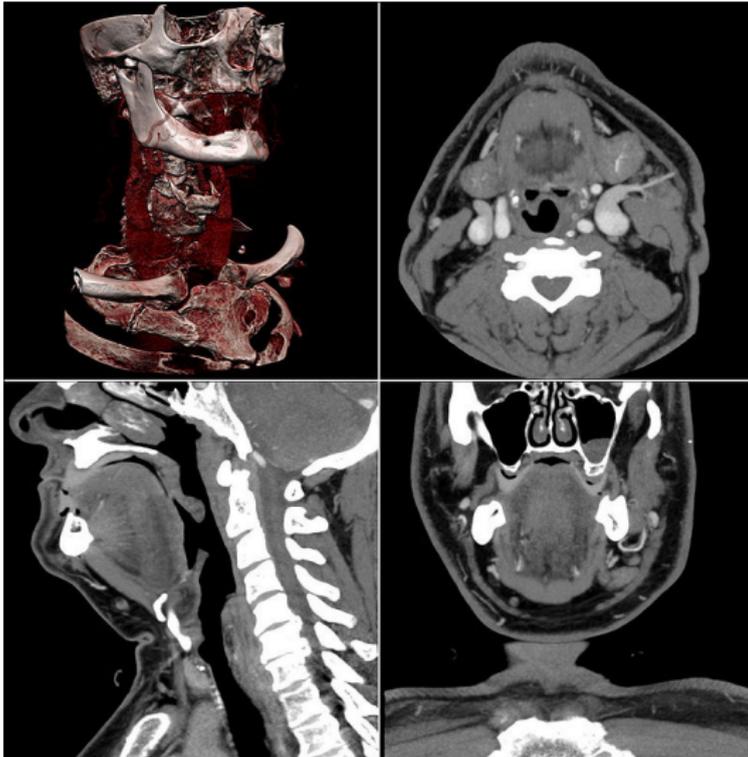
CT einer Leber



CT eines Gehirns



3D-CT



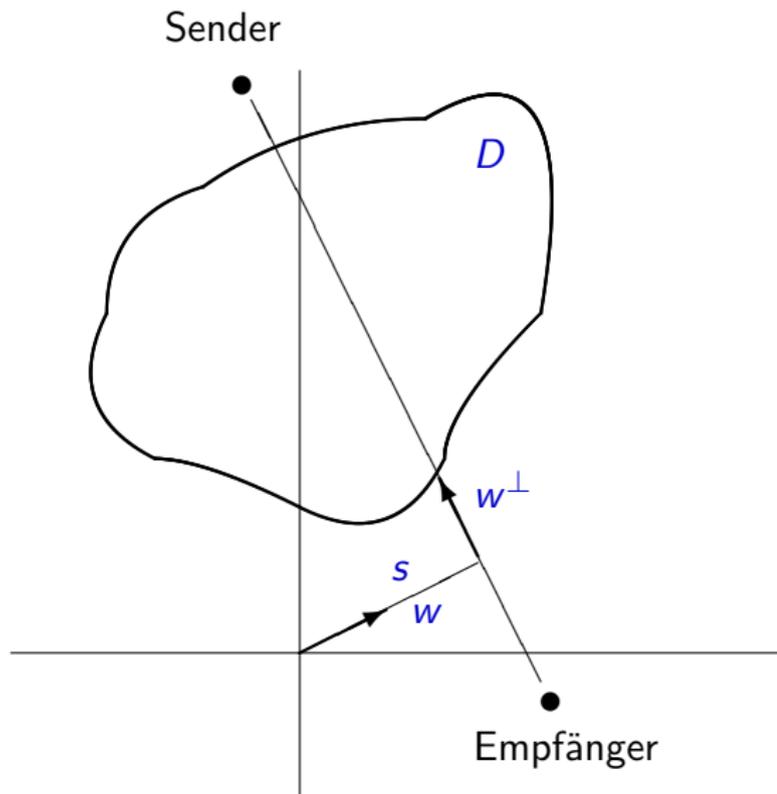
Zweidimensionales Modell

Sei $D \subseteq \mathbb{R}^2$ ein beschränkter, abgeschlossener Bereich mit Dichte $f(x, y)$.

Bei medizinischen Anwendungen stellt D einen Querschnitt des menschlichen Körpers dar, bei zerstörungsfreier Materialprüfung den Querschnitt des zu prüfenden Materials.

Schickt man Röntgenstrahlen durch den Körper, so darf man davon ausgehen, dass sich diese geradlinig ausbreiten und nicht (abhängig von der Dichte im Inneren) gebrochen werden.

Zweidimensionales Modell - Skizze



Zweidimensionales Modell

Betrachtet man alle möglichen Geraden durch D , so lassen sich unter gewissen (realistischen) Annahmen über den Zusammenhang des Abfalls der Intensität des Röntgenstrahls zu Distanz, Intensität und Dichte lineare Gleichungen herleiten, die auf die sogenannte Radon-Transformation führen, benannt nach dem österreichischen Mathematiker [Johann Radon \(1887-1956\)](#).

Für die theoretische Herleitung der Grundlagen der Computertomographie und Erbauung des ersten Computertomographen wurde 1979 der Nobelpreis für Medizin verliehen an den südafrikanisch-US-amerikanischen Physiker

[Allan McLeod Cormack \(1924–1998\)](#)

und an den englischen Elektrotechniker

[Sir Godfrey Hounsfield \(1919–2004\)](#)

Eindimensionales Modell

Bei der entsprechenden Gleichungen ist darauf zu achten, dass es sich hier um ein sogenanntes schlecht-gestelltes Problem handelt.

Ziel dieses Projekts ist die Herleitung eines Modells für den Spezialfall eines axisymmetrischen zweidimensionalen Gebildes und dieses numerisch zu lösen.

Wie schon oben erwähnt, muss man bei der numerischen Lösung besonders achtsam vorgehen, wenn die gemessenen Daten verrauscht sind.