Mathematisches Modellieren

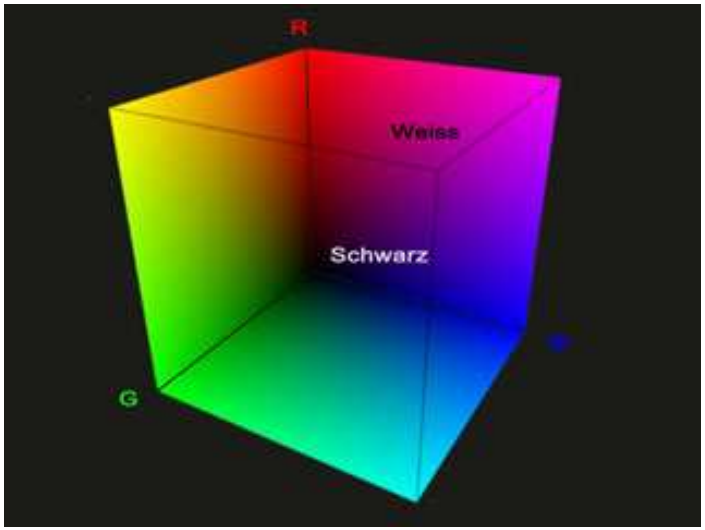
Signal- und Bildverarbeitung

Teilnehmer: Simon Kirchweger, Lisa Winkler, Philipp Peterseil, Celestine Stockinger, Pascal Salzbrenner, Bernhard Heinzelreiter, Philipp Haim, Fabian Posch, Gerald Söllinger und Maria Leitgab

Wie wird ein Bild in Mathematica beschrieben?

- Ein Bild ist durch eine Matrix beschrieben, in der jeder Eintrag einem Pixel entspricht
- Der Pixel selbst ist wieder durch einen Vektor mit 3 Werten, **R**ot **G**rün **B**lau, beschrieben

Hinweis: Bei Graustufenbildern reicht es aus einen der 3 Farbwerte zu betrachten, da alle Grauwerte auf der Diagonale liegen



Fehlermodelle (Additiv) in Mathematica

Fehlervorstellung

- $g(x, y) = f(x, y) + n(x, y)$

Fehlerarten:

- Salt-and-Pepper Noise
- Uniform Noise
- Gaussian Noise
- Poisson Noise

Salt-and-Pepper Noise

- Schwarze und weiße Pixel werden willkürlich über das Bild „gestreut“

Uniform Noise

- Folgt einer Gleichverteilung

Gaussian Noise

- Folgt einer Normalverteilung

Poisson Noise

- Folgt einer komplizierten Verteilung

Welche Möglichkeiten stehen uns zur Bildverbesserung zur Verfügung?

1. Glätten
2. Schärfen
3. Kanten hervorheben
4. Linien hervorheben
5. Isolierte Punkte hervorheben
6. Median

Glätten

Ziel des Glättens ist es, Übergänge zu schwächen

Funktionsprinzip:
Es wird der Mittelwert aus der Summe der RGB-Werte von einem Punkt und seinen umliegenden Punkten gebildet und als neuer Wert auf den Pixel übertragen.

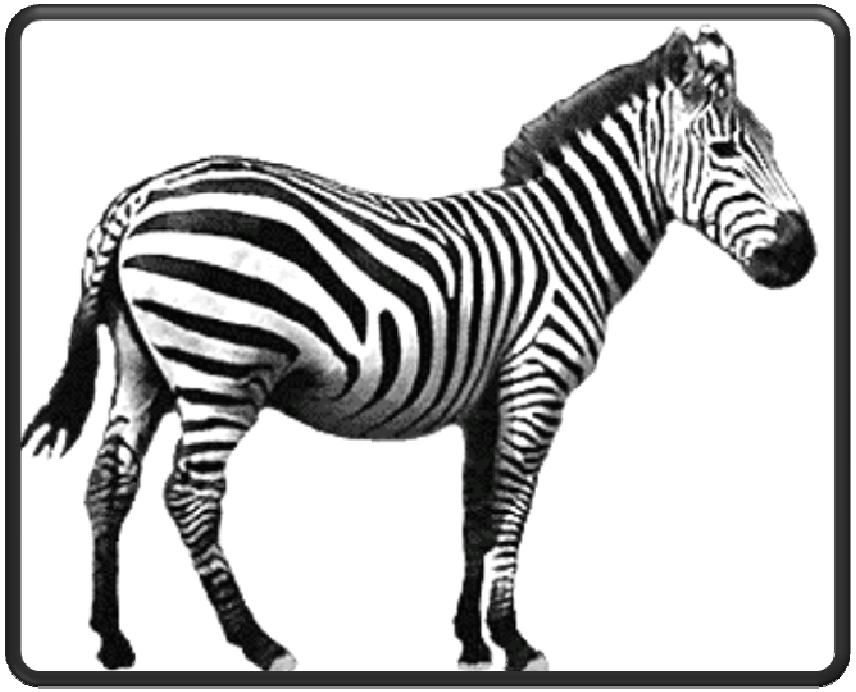
•1/9*

1	1	1
1	1	1
1	1	1

(X+1 / Y-1)	(X+1 / Y)	(X+1 / Y+1)
(X/ Y-1)	(X / Y)	(X / Y+1)
(X-1/Y-1)	(X-1 / Y)	(X-1 / Y+1)

Zu beachten: Randpixel haben weniger Nachbarfelder und müssen daher mit einer eigenen Formel gerechnet werden.

Durchführung mit 3*3 Boxfilter



Schärfen

Ziel des Schärfens ist es, Übergänge hervorzuheben

Funktionsprinzip:
Benachbarte Pixel werden durch die 2. Ableitung miteinander verglichen. Das erhaltene Ergebnis wird dann vom Bild abgezogen.
(Gegenfunktion zum Glätten)

Resultat: Details stechen mehr hervor,

Verbesserung von verschwommenen Details

Ursprüngliches Bild

Geschärftes Bild

Funktionsprinzip

Unstetigkeit tritt dort auf wo die Differenz benachbarter Punkte groß ist

1 Dimensional: $f(x + 1) - f(x)$ = erste Ableitung (vergleicht nur 2 Punkte)

$f(x + 1) + f(x - 1) - 2f(x)$ = zweite Ableitung (vergleicht drei Punkte)

2. Ableitung genauer da mehr Information in die Formel einfließt

2 Dimensional:

Neues Bild =

0	-1	0
-1	5	-1
0	-1	0

altes Bild

0	0	0
0	1	0
0	0	0

\-

Maske(altes Bild)

0	1	0
1	-4	1
0	1	0

Linien und isolierte Punkte

Ziel des Linienfilters ist es, nur mehr Übergänge anzuzeigen

Methoden:

•Horizontal

-1	-1	-1
2	2	2
-1	-1	-1

•Vertikal

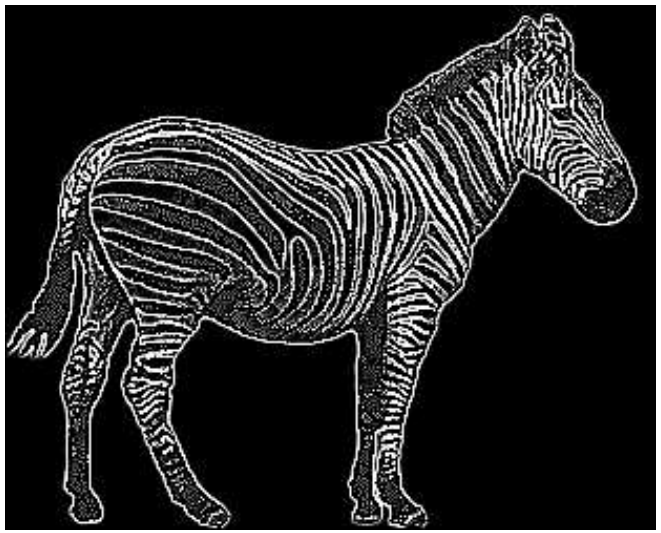
-1	2	-1
-1	2	-1
-1	2	-1

•Diagonal (45° & -45°)

-1	-1	2
-1	2	-1
2	-1	-1

2	-1	-1
-1	2	-1
-1	-1	2

Überlagerung der 4 Methoden: isolierte Punkte



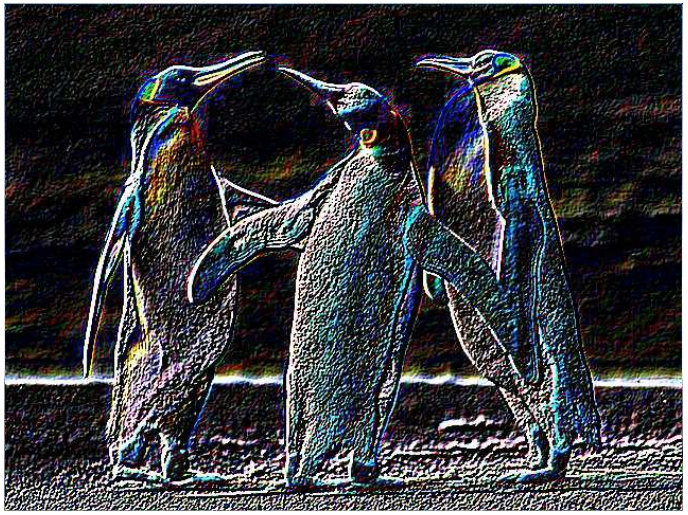
Kanten

- Ziel des Kantenfilters ist es, um Übergänge hervorzuheben
- Approximation der ersten Ableitung: $\frac{\partial f}{\partial x} \approx f(x+1) - f(x)$
- Zur Kanten bzw. Kantenrichtungsdetektion wird der Gradient der Bildfunktion gebildet

$$|\nabla f(x,y)| = \left| \begin{pmatrix} \frac{\partial f(x,y)}{\partial x} \\ \frac{\partial f(x,y)}{\partial y} \end{pmatrix} \right| \approx \left| \frac{\partial f(x,y)}{\partial x} \right| + \left| \frac{\partial f(x,y)}{\partial y} \right|$$

Arten zur Kantendetektion

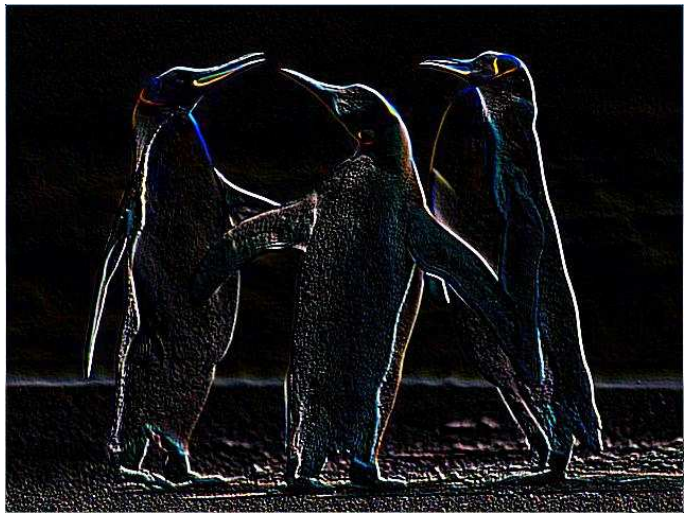
Scharr



3	0	-3
10	0	-10
3	0	-3

3	10	3
0	0	0
-3	10	-3

Prewitt

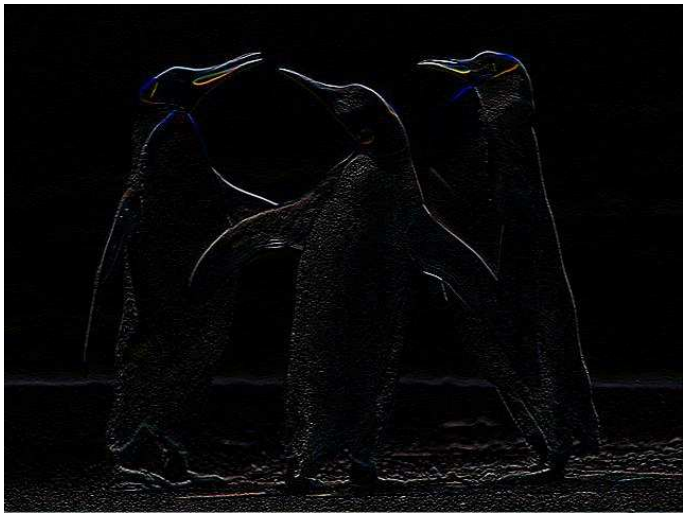


-1	0	1
-1	0	1
-1	0	1

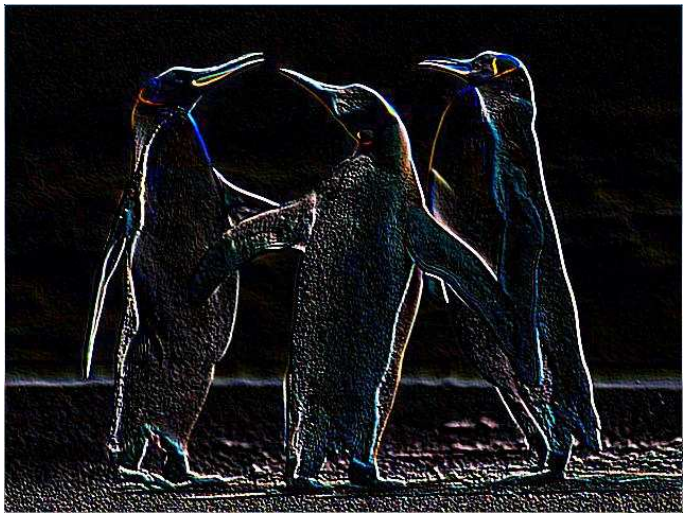
1	1	1
0	0	0
-1	-1	-1

Bei Prewitt, Scharr und Sobel wird der „3x3-Filter“ als Maske angewandt.

Roberts



Sobel



-1	0
0	1

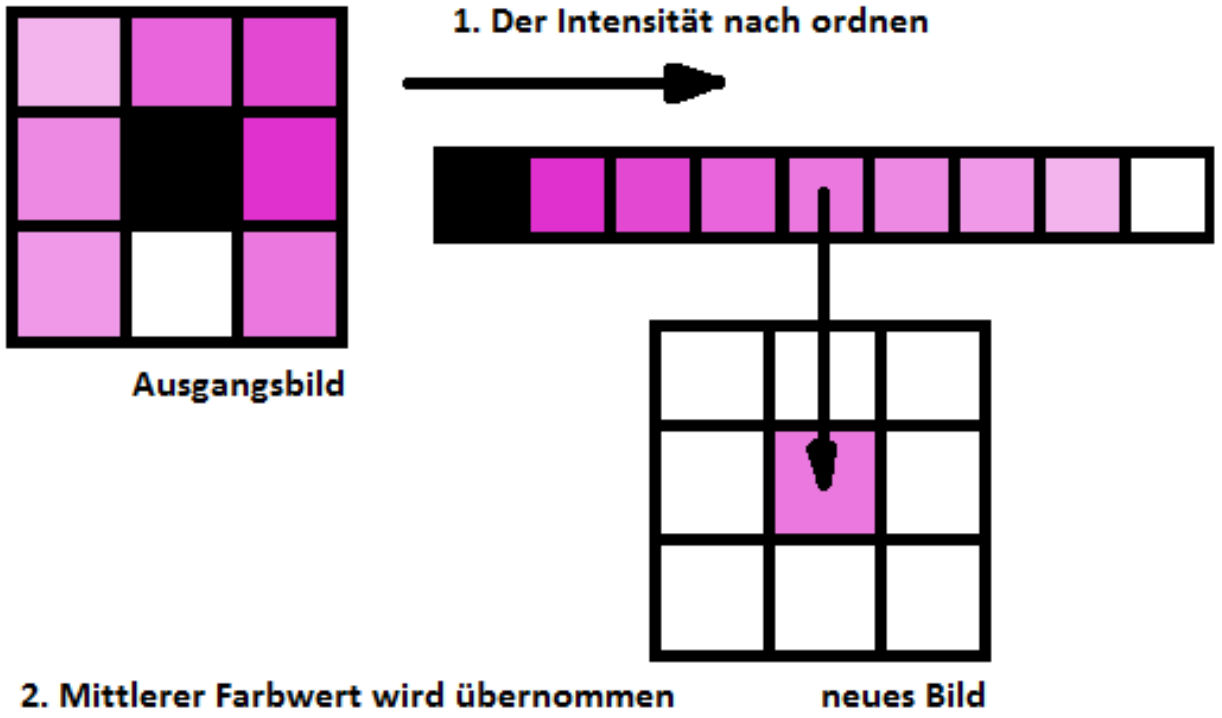
0	1
-1	0

-1	0	1
-2	0	2
-1	0	1

-1	-2	-1
0	0	0
1	2	1

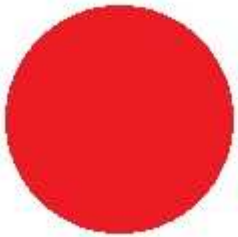
Anwendung: Zum Beispiel in der Medizin, Biologie, Technik und Materialkunde

Median Filter

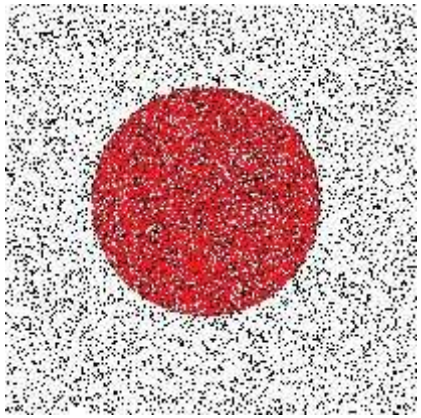


Median Filter

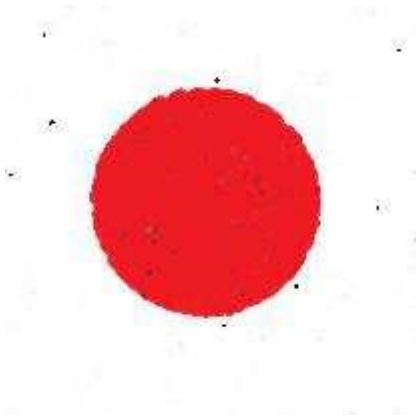
Beispiel:



Originalbild



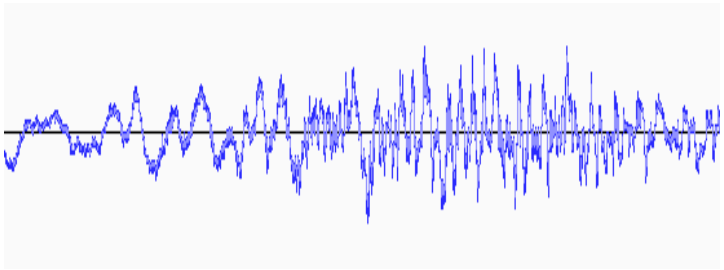
verrauschtes Bild

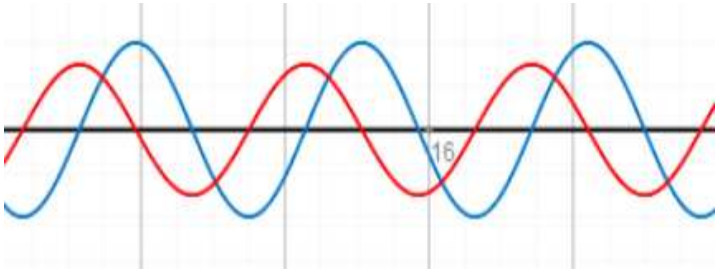


gefiltertes Bild

Fourierreihe

Jeder wiederkehrender Vorgang kann als Summe von sin oder cos Funktionen dargestellt werden





Fouriertransformation

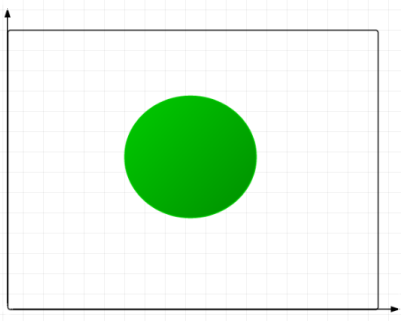
Auch jeder nicht wiederkehrender Vorgang ist darstellbar!

Bildbearbeitung mit Fouriertransformation: Jeder Pixel wird in „Frequenz“ umgewandelt und als solche bearbeitet

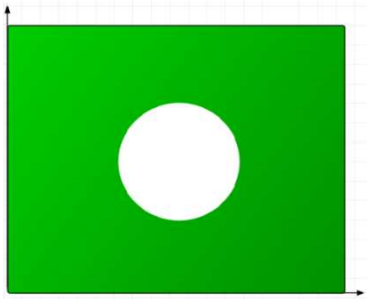
- Aufteilen in die 3 Farbteile

- Fouriertransformieren

Glätten



Schärfen



- Rücktransformieren

- Farben zusammenfügen

Danke für Eure Aufmerksamkeit!