

Symmetrie und Algebra

Niels Lubbes und Josef Schicho

13.2.2011

RICAM, Linz

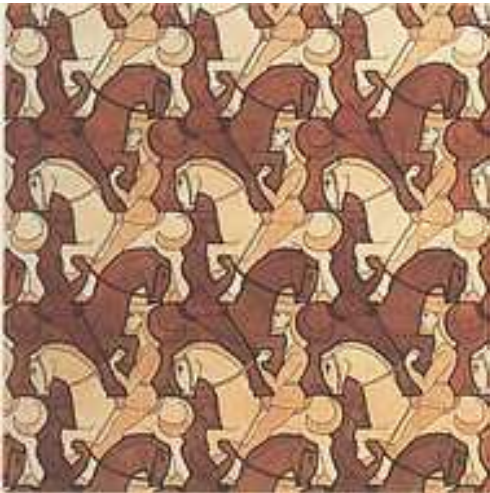
Symmetrie

Symmetrie begegnet uns in der Natur,



Symmetrie

in der bildenden Kunst und Architektur,



Symmetrie

sogar in der Musik und in geschriebener und gesprochener Sprache.

(Bach und Mozart waren geradezu besessen von symmetrischen Konstruktionen)

Beispiel phonetische Palindrome: Oida Radio, Spü hübsch, Fescher Chef, Es depperte mit ABC (Quelle: Sergej Mohntau, Palindromsongs)

Soll man das alles überhaupt mathematisch erklären?

Birkhoff's Formel (Ästhetische Maße, 1933):

$$\text{Künstlerischer Wert} = \frac{\text{Ordnung}}{\text{Komplexität}}$$

Gruppen

In der Mathematik kann Symmetrie durch Gruppen beschrieben werden. Diese wurden von E. Galois (1811-1832) eingeführt (die Niederschrift erfolgte am Vorabend des für ihn tödlichen Duells).

Zum Beispiel hat der Würfel eine Symmetriegruppe mit 48 Elementen.

Welche Symmetriegruppen sind überhaupt möglich?

- 2D-Symmetrien
- $2\frac{1}{2}$ D-Symmetrien: horizontal und vertikal
- echte 3D-Symmetrie ist dünn gesät: es gibt genau 8 Symmetriegruppen außerhalb der beiden oberen Fälle. Diese hängen zusammen mit den 5 platonischen Körpern.



Gleichungen

Mitunter kann das Objekt durch eine algebraische Gleichung beschrieben werden, zum Beispiel

$$x^2 + y^2 + z^2 - 1 = 0$$

Es gibt einen tieferen Zusammenhang zwischen der Gleichung und der Symmetrie, der im Lauf des Projektes enthüllt werden soll.